**Bài 1:**

Gọi fi[u] là khoảng cách xa nhất từ đỉnh u tới một đỉnh trong cây con gốc u; fo[u] là khoảng cách xa nhất từ đỉnh u tới một đỉnh ngoài cây con gốc u.

Ta sẽ tính hai mảng này trong lúc DFS.

Mảng fi[u]: (tính từ dưới lên trên) Với đỉnh u bất kì và v là những đỉnh con của u

fi[u] = max {trọng số cạnh u-v + fi[v]}

Mảng fo[u]: (tính từ trên xuống dưới)

Với đỉnh u bất kì và v là những đỉnh con trực tiếp của u.

Gọi max1 và max2 lần lượt là hai giá trị (trọng số cạnh u-v + fi[v]) lớn nhất (max1 >= max2)

Ta sẽ tính fo[v] bằng công thức:

Nếu (trọng số cạnh u-v + fi[v] != max1) fo[v] = max(fo[u], max1 + trọng số cạnh u-v)

Ngược lại, fo[v] = max(fo[u], max2 + trọng số cạnh u-v)

Nếu quả của bài toán là min{max{fi[u], fo[u]}} với u chạy từ 1 tới n.

**Bài 2:**

**Bài 3:**

Gọi f[i][val] là số lượng dãy độ dài i, kết thúc bởi giá trị val thỏa điều kiện đề bài.

Công thức truy hồi: f[i][val] = tổng các f[i-1][preVal] với preVal là ước hoặc bội của val trong đoạn [1 .. K]

Để đảm bảo độ phức tạp thời gian, chúng ta cần chuẩn bị trước các ước và bội của các số nguyên dương

không quá K.

Cách làm như sau:

for (int u = 1; u <= K; ++u)

for (int v = 2 \* u; v <= K; v += u) {

adj[u].push\_back(v);

adj[v].push\_back(u);

}

Khi đó adj[val] sẽ là danh sách các bội và ước không quá K của u. Ta có độ phức tạp tính toán của đoạn code trên là K/1 + K/2 + … + K/K xấp xỉ bằng KlogK

(Tham khảo thêm: https://en.wikipedia.org/wiki/Harmonic\_series\_(mathematics).

**Bài 4:**

Yêu cầu của đề tương đương với câu hỏi: Với hai số nguyên dương a, b, hỏi phương trình ax + by = c luôn có nghiệm nguyên với mọi c nguyên dương hay không?

Dễ thấy, ta chỉ cần trả lời câu hỏi với c = 1 là đủ. Vì nếu (x, y) là nghiệm của phương trình ax0 + by0 = 1 thì acx0 + bcy0 = c, hay (cx0, cy0) là nghiệm của phương trình ax + by = c.

Hơn nữa, ta chứng minh được ax + by = 1 có nghiệm nguyên khi và chỉ khi GCD(a, b) = 1.

Thật vậy. Ta hình dung lại thuật toán Euclide để tìm GCD 2 số.

Ban đầu ta có hai số a và b. Dễ thấy hai số này “có dạng ax + by”. Trong suốt thuật toán, ta lấy 2 số trừ nhau để được cặp số mới. Hai số mới này cũng sẽ “có dạng ax + by”. Cuối cùng, thuật toán sẽ đạt tới số 1 (vì GCD(a, b) = 1). Do đó 1 “có dạng ax + by”, hay phương trình ax + by = 1 có nghiệm nguyên (đ.p.c.m).